

# Résolution efficace de systèmes linéaires creux sur grille de calcul distribuée et hétérogène en utilisant la méthode du multisplitting

Christophe DENIS

Novembre 2006

## Résumé

La résolution de systèmes linéaires creux apparaît dans de nombreux domaines scientifiques. Il existe actuellement des bibliothèques et des logiciels efficaces permettant de traiter de tels systèmes sur des architectures séquentielles ou parallèles locales. Popularisées par I. Foster en 1998[1], les grilles permettent de répondre à une demande croissante de puissance de calcul dans diverses disciplines scientifiques (mécanique, biologie, etc). Malheureusement, l'hétérogénéité des processeurs et la variabilité des capacités réseaux des grilles de calcul engendrent de nouveaux problèmes algorithmiques.

L'exposé présente des travaux en cours portant sur la résolution de systèmes linéaires creux sur grilles de calcul distribuées et hétérogènes. Ils s'inscrivent dans le cadre du projet ANR Jeunes Chercheurs Gremlins. Les temps de communication étant très pénalisants sur de telles grilles de calcul, les algorithmes développés doivent être à gros grain pour limiter au maximum les communications. A cet effet, nous utilisons la technique du multisplitting qui consiste à décomposer le système linéaire en plusieurs sous-systèmes.

La résolution s'effectue de manière itérative en appliquant sur chaque processeur une méthode séquentielle (directe ou itérative) jusqu'à ce que le résultat global se stabilise. Les méthodes séquentielles proviennent de deux bibliothèques de résolution de systèmes linéaires creux : SuperLu[5] et MUMPS[4]. La méthode du multisplitting peut avoir un fonctionnement synchrone ou asynchrone. Lorsque les synchronisations sont supprimées, les processeurs effectuent leurs itérations de manière indépendante en utilisant les derniers résultats reçus de leurs voisins. Les résultats d'expérimentations exécutées sur la grille de calcul GRID'5000 montrent l'intérêt de l'asynchronisme [2]. Cependant, les matrices pouvant être traitées par cette méthode doivent avoir des propriétés relativement restrictives au niveau du rayon spectral. Les sous-systèmes bien qu'équilibrés en volume de données ne sont pas équilibrés en volume de calcul car celui-ci dépend de la structure creuse de chaque sous-système. Une méthode d'équilibrage en volume de calcul a donc été développée. Basée sur les travaux de [3], elle prend en compte sur des estimateurs en temps de calcul de chaque sous-système.

## Références

- [1] I. Foster and C. Kesselman, *The Grid : Blueprint for a new Computing Infrastructure*. Morgan Kaufman Publishers, 1998.
- [2] S. Contassot-Vivier, R. Couturier, C. Denis , F. Jézéquel, *Efficiently solving large sparse linear systems on a distributed and heterogeneous grid by using the multisplitting-direct method*. In

- Proc. 4th International Workshop on Parallel Matrix Algorithms and Applications, Rennes, France, September 2006.
- [3] C. Denis, J.-P. Boufflet, P. Breikopf, *A Load Balancing Method for a Parallel Application Based on a Domain Decomposition*, in 19th IEEE and ACM Int. Parallel and Distributed Processing Symposium, IPDPS 2005, IEEE Computer Society Press publi., april 2005 , Denver, Colorado, USA, p. 254b, 8 pages
  - [4] P. R. Amestoy, I. S. Duff, and J.-Y. L'Excellent. *Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers*. Comput. Methods Appl. Mech. Eng., pp 501-520, 2000.
  - [5] James W. Demmel and Stanley C. Eisenstat and John R. Gilbert and Xiaoye S. Li and Joseph W. H. Liu, *A supernodal approach to sparse partial pivoting*, SIAM J. Matrix Analysis and Applications 1999, 20, 3, 720-755